



**5 havo**  
**Wiskunde A**  
**SE4**  
**26 februari 2025**  
**120 minuten**

**Versie 2**

Dit schoolexamen bestaat uit 14 vragen.  
Voor dit examen zijn maximaal 45 punten te behalen.  
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd.

Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Toegestane hulpmiddelen: Grafische rekenmachine



## FORMULEBLAD

### Vuistregels voor de grootte van het verschil van twee groepen

2×2 kruistabel  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , met  $\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}}$

- als  $\phi < -0,4$  of  $\phi > 0,4$ , dan zeggen we “het verschil is groot”,
- als  $-0,4 \leq \phi < -0,2$  of  $0,2 < \phi \leq 0,4$ , dan zeggen we “het verschil is middelmatig”,
- als  $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ , dan zeggen we “het verschil is gering”.

Maximaal verschil in cumulatief percentage ( $\max V_{cp}$ ) (met steekproefomvang  $n > 100$ )

- als  $\max V_{cp} > 40$ , dan zeggen we “het verschil is groot”,
- als  $20 < \max V_{cp} \leq 40$ , dan zeggen we “het verschil is middelmatig”,
- als  $\max V_{cp} \leq 20$ , dan zeggen we “het verschil is gering”.

Effectgrootte  $E = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\frac{1}{2}(S_1 + S_2)}$ , met  $\bar{X}_1$  en  $\bar{X}_2$  de steekproefgemiddelden ( $\bar{X}_1 \geq \bar{X}_2$ ),  $S_1$  en  $S_2$  de steekproefstandaardafwijkingen

- als  $E > 0,8$ , dan zeggen we “het verschil is groot”,
- als  $0,4 < E \leq 0,8$ , dan zeggen we “het verschil is middelmatig”,
- als  $E \leq 0,4$ , dan zeggen we “het verschil is gering”.

Twee boxplots vergelijken

- als de boxen<sup>1)</sup> elkaar niet overlappen, dan zeggen we “het verschil is groot”,
- als de boxen elkaar wel overlappen en een mediaan van een boxplot buiten de box van de andere boxplot ligt, dan zeggen we “het verschil is middelmatig”,
- in alle andere gevallen zeggen we “het verschil is gering”.

## Betrouwbaarheidsintervallen

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie is

$p \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ , met  $p$  de steekproefproportie en  $n$  de steekproefomvang.

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het populatiegemiddelde is

$\bar{X} \pm 2 \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ , met  $\bar{X}$  het steekproefgemiddelde,  $n$  de steekproefomvang en  $S$  de steekproefstandaardafwijking.

## Zorginfecties

Patiënten die voor een behandeling enige tijd in een ziekenhuis worden opgenomen, lopen tijdens dit verblijf het risico een infectie te krijgen. Zo'n infectie wordt een zorginfectie genoemd. Een deel van de zorginfecties ontstaat na een operatie.

In de periode 2007 tot en met 2012 is een steekproef gehouden onder een deel van de Nederlandse ziekenhuizen. Enkele resultaten hiervan zijn in de tabel te zien.

**tabel**

|                                                             | <b>aantal</b> |
|-------------------------------------------------------------|---------------|
| patiënten                                                   | 95 299        |
| patiënten die een zorginfectie hebben opgelopen             | 4694          |
| geopereerde patiënten                                       | 32 664        |
| geopereerde patiënten die een zorginfectie hebben opgelopen | 1286          |

We nemen aan dat de patiënten in deze ziekenhuizen representatief zijn voor alle patiënten die in een Nederlands ziekenhuis worden opgenomen. Dan kunnen we op basis van de gegevens in de tabel schatten hoeveel procent van alle in Nederland geopereerde patiënten in de genoemde periode een zorginfectie opliep.

- 4p **1** Bereken het 95%-betrouwbaarheidsinterval van dit percentage. Rond de getallen in je eindantwoord af op één decimaal.

Het is mogelijk om op basis van de tabel een kruistabel te maken. Op de uitwerkbijlage is een begin gemaakt met deze kruistabel. Met behulp van de ingevulde kruistabel kun je bepalen of het verschil in het krijgen van een zorginfectie tussen geopereerde en niet-geopereerde patiënten groot, middelmatig of gering is.

- 4p **2** Vul de kruistabel op de uitwerkbijlage in en bepaal daarmee, en met behulp van een vuistregel op het formuleblad, of het genoemde verschil groot, middelmatig of gering is.

In de kruistabel op de uitwerkbijlage worden variabelen gebruikt.

- 2p **3** Noem de variabelen uit de kruistabel en geef aan of deze variabelen kwalitatief of kwantitatief zijn.

Lees verder >>>

## Referentiewaarden

Bij een bloedonderzoek worden het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen gemeten. In de uitslag van het onderzoek staan van beide de gemeten waarden. Om deze uitslag te kunnen beoordelen, worden de gemeten waarden vergeleken met de bijbehorende referentiewaarden. Dit zijn de waarden zoals ze gevonden worden bij 95% van de gezonde mensen. In deze opgave bekijken we de referentiewaarden van volwassenen.

Het hemoglobinegehalte wordt uitgedrukt in millimol per liter (mmol/L) en de hoeveelheid rode bloedcellen in biljoenen per liter ( $1 \text{ biljoen} = 10^{12}$ ). We gaan ervan uit dat het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen normaal verdeeld zijn.

In de tabel staan de referentiewaarden van het hemoglobinegehalte en van de hoeveelheid rode bloedcellen. Deze referentiewaarden liggen symmetrisch om het gemiddelde. Zo kun je in de tabel bijvoorbeeld aflezen dat 95% van de gezonde mannen een hemoglobinegehalte heeft tussen 8,6 mmol/L en 11,0 mmol/L

**tabel**

|                  | <b>geslacht</b> | <b>referentiewaarden</b> |
|------------------|-----------------|--------------------------|
| hemoglobine      | man             | 8,6 – 11,0               |
|                  | vrouw           | 7,6 – 10,0               |
| rode bloedcellen | man             | 4,4 – 5,8                |
|                  | vrouw           | 4,0 – 5,3                |

- 3p    **4**    Bereken de standaardafwijking van de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde vrouwen. Geef je antwoord in biljoenen per liter en rond af op één decimaal.

De standaardafwijking van het hemoglobinegehalte van zowel gezonde mannen als gezonde vrouwen is 0,6 mmol/L.

- 4p    **5**    Bereken met behulp van het formuleblad of het verschil tussen het hemoglobinegehalte van gezonde mannen en gezonde vrouwen gering, middelmatig of groot is.

Lees verder >>>

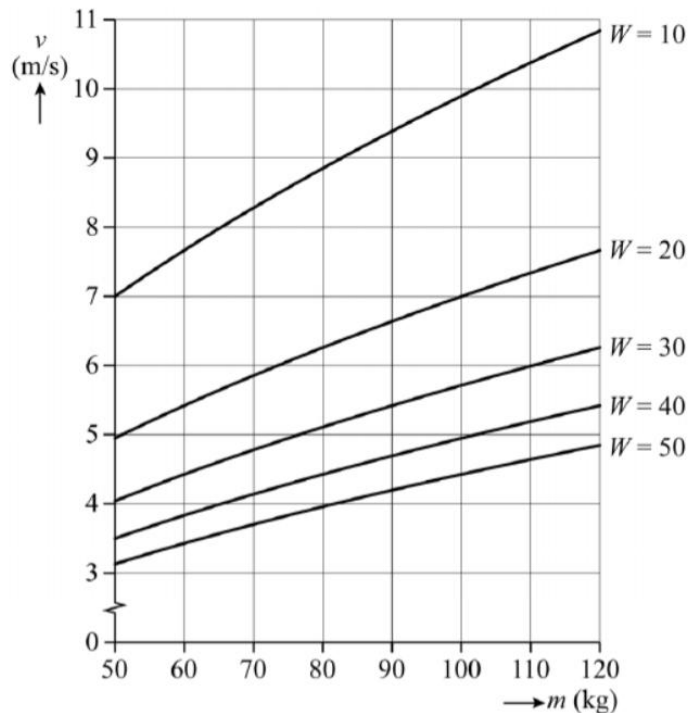
## Parachutespringen

Bij parachutespringen spring je uit een vliegtuig. Nadat de parachutist uit het vliegtuig gesprongen is, maakt hij een vrije val. Zodra de parachute geopend is, neemt de snelheid in korte tijd flink af. Daarna wordt een constante valsnelheid bereikt. Dat wil zeggen: tot aan de landing heeft de parachutist dezelfde valsnelheid.

De constante valsnelheid op het laatste deel noemen we  $v$  (in meters per seconde). Deze snelheid is afhankelijk van de massa  $m$  (in kg) van de parachutist (in deze opgave is dat altijd inclusief kleding en parachute) en van de wrijvingscoëfficiënt  $W$  van de parachute. Deze wrijvingscoëfficiënt is een getal dat afhangt van onder andere de grootte, de vorm en het materiaal van de parachute. Zo geldt bijvoorbeeld: hoe groter de parachute, hoe groter de wrijvingscoëfficiënt.

Bij een grotere wrijvingscoëfficiënt heb je meer wrijving met de lucht, waardoor je minder snel valt. In figuur 1 is voor een aantal waarden van de wrijvingscoëfficiënt  $W$  te zien hoe  $v$  afhangt van  $m$ . Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 1



We kijken nu naar parachutisten met een massa van 90 kg die sprongen maken met parachutes met verschillende wrijvingscoëfficiënten  $W$ .

- 3p **6** Onderzoek met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage of de constante valsnelheid  $v$  van deze personen omgekeerd evenredig is met de wrijvingscoëfficiënt  $W$  van de parachutes.

Lees verder >>>

Bij figuur 1 hoort de volgende formule voor de constante valsnelheid:  $v = 3,13 \cdot \sqrt{\frac{m}{W}}$

Hierin is  $v$  de constante valsnelheid in meters per seconde,  $m$  de massa van de parachutist in kg en  $W$  de wrijvingscoëfficiënt van de parachute. Tina is een parachutist met een massa van 79 kg. De wrijvingscoëfficiënt van haar parachute is 45. Met deze parachute maakt zij een sprong. Precies 34 seconden na de afsprong is zij op 1300 meter hoogte en bereikt zij haar constante valsnelheid. Op dat moment start het laatste gedeelte van haar parachutesprong.

- 3p **7** Bereken hoelang haar totale sprong duurt. Geef je antwoord in een geheel aantal seconden

We kijken nu naar één bepaalde parachute met een wrijvingscoëfficiënt van 40. Personen met verschillende massa's kunnen met deze parachute gaan springen.

Formule  $v = 3,13 \cdot \sqrt{\frac{m}{W}}$  kan dan worden herleid tot de volgende vorm:  $v = \dots \sqrt{m}$

- 3p **8** Geef deze herleiding. Geef daarbij het getal op de puntjes in twee decimalen.

---

### Stadsuitbreiding

Op een terrein voor stadsuitbreiding is maximaal 120 000 m<sup>2</sup> beschikbaar voor woningbouw. Er komen twee soorten woningen: dubbelwoningen en vrijstaande villa's. Een dubbelwoning neemt 600 m<sup>2</sup> in beslag en een vrijstaande villa 750 m<sup>2</sup>. De gemeente wil dat er minstens drie keer zoveel dubbelwoningen komen als vrijstaande villa's. Verder moeten er minstens 75 dubbelwoningen op het terrein worden gebouwd.

Stel dat er  $D$  dubbelwoningen worden gebouwd en  $V$  vrijstaande villa's. Uit het bovenstaande volgen drie ongelijkheden, waarvan  $600D + 750V \leq 120000$  er één is.

- 2p **9** Schrijf de andere twee ongelijkheden op.
- 3p **10** Teken op de uitwerkbijlage het gebied dat bij de ongelijkheden hoort.
- 4p **11** Hoeveel villa's kunnen nog maximaal gebouwd worden als men besluit om 144 dubbelwoningen te bouwen?

Lees verder >>>



---

## Honkbal

In Amerika is honkbal een van de populairste sporten. De resultaten van Amerikaanse topteams worden dan ook zorgvuldig bijgehouden. Na elke wedstrijd wordt genoteerd hoeveel punten een team gescoord heeft (scorepunten) en hoeveel tegenpunten het team heeft moeten incasseren. Ook wordt genoteerd of het team gewonnen of verloren heeft. Gelijkspel is onmogelijk.

Er lijkt een verband te zijn tussen het percentage gewonnen wedstrijden en het totaal aantal scorepunten en tegenpunten van een team. Over een heel seizoen geldt voor een team bij benadering de volgende formule:

$$P = \frac{100 \cdot S^2}{S^2 + T^2}$$

Hierin is  $P$  het percentage gewonnen wedstrijden in het seizoen,  $S$  het totaal aantal scorepunten en  $T$  het totaal aantal tegenpunten in het seizoen.

Voor teams die in een seizoen twee keer zoveel tegenpunten als scorepunten krijgen, geldt  $T = 2 \cdot S$ . Als je dit invult in de formule van  $P$ , ontstaat een nieuwe formule van  $P$ . Door die formule te herleiden, kun je laten zien dat er in deze situatie voor  $P$  altijd hetzelfde getal uitkomt.

3p **12** Geef deze herleiding.

De formule van  $P$  wordt ook wel anders geschreven, namelijk als:

$$P = 100 - \frac{100}{V^2 + 1}$$

Hierin is  $V$  het aantal scorepunten per tegenpunt.

3p **13** Beredeneer aan de hand van laatstgenoemde formule van  $P$  dat geldt: hoe groter de waarde van  $V$  is, des te groter is de waarde van  $P$ .

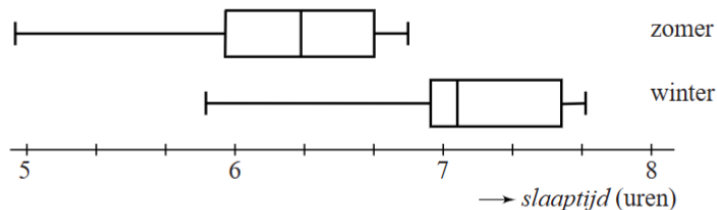
Lees verder >>>

## Slaaponderzoek bij de San

In moderne samenlevingen hebben veel mensen een slaapprobleem. Sommige onderzoekers zijn van mening dat de aanwezigheid van allerlei soorten van kunstmatig licht daarbij een rol speelt.

Er is slaaponderzoek verricht bij verschillende bevolkingsgroepen. Het onderzoek is eenmaal in de zomer en eenmaal in de winter uitgevoerd. Van elke deelnemer aan het onderzoek is zowel van de zomerperiode als van de winterperiode de gemiddelde echte slaaptijd berekend. Deze gemiddelde slaaptijden van alle deelnemers zijn weergegeven in twee boxplots.

figuur 2



De onderzoekers trekken op basis van dit onderzoek de volgende twee conclusies:

- I Bij de deelnemers aan het onderzoek is het verschil tussen de echte slaaptijd in de zomerperiode en de slaaptijd in de winterperiode groot.
- II Bij de deelnemers aan het onderzoek is de slaaptijd in de zomer gemiddeld 53 minuten korter dan de slaaptijd in de winter.

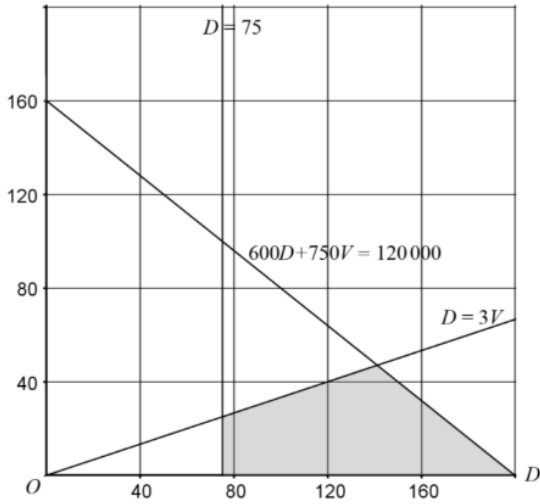
- 4p **14** Leg bij elk van deze twee conclusies uit of je die wel of niet kunt trekken op grond van figuur 2. Gebruik waar mogelijk een vuistregel van het formuleblad.

| 1                      | <p>Zorginfecties (2016 II)</p> $p = \frac{1286}{32664} \approx 0,039$ <p>De grenzen van het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie zijn <math>0,039 \pm \sqrt{\frac{0,039(1-0,039)}{32664}}</math></p> <p>Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie is <math>0,039 \pm 0,002</math></p> <p>Dit geeft het interval [3,7; 4,2] (%)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 1<br>1<br><br>1<br>1 |        |            |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------|------------|--|--|-----|------|--------|------------------------|-----|------|------|------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------------------|
| 2                      | <p>De aantallen 95 299, 4694, 32 664 en 1286 op de juiste plaatsen in de tabel invullen</p> <p>Aan de hand van de ingevulde aantallen de tabel verder compleet en correct invullen</p> <table><tr><th colspan="2" rowspan="2"></th><th colspan="3">geopereerd</th></tr><tr><th>wel</th><th>niet</th><th>totaal</th></tr><tr><th rowspan="3">zorginfectie opgelopen</th><th>wel</th><td>1286</td><td>3408</td><td>4694</td></tr><tr><th>niet</th><td>31 378</td><td>59 227</td><td>90 605</td></tr><tr><th>totaal</th><td>32 664</td><td>62 635</td><td>95 299</td></tr></table> $phi = \frac{1286 \cdot 59227 - 3408 \cdot 31378}{\sqrt{4694 \cdot 32664 \cdot 62635 \cdot 90605}}$ <p><math>phi = -0,03...</math> ; (dit ligt tussen <math>-0,2</math> en <math>0,2</math>) dus het verschil is gering</p> |                      |        | geopereerd |  |  | wel | niet | totaal | zorginfectie opgelopen | wel | 1286 | 3408 | 4694 | niet | 31 378 | 59 227 | 90 605 | totaal | 32 664 | 62 635 | 95 299 | 1<br><br>1<br><br><br>1<br>1 |
|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                      |        | geopereerd |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |
|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | wel                  | niet   | totaal     |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |
| zorginfectie opgelopen | wel                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1286                 | 3408   | 4694       |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |
|                        | niet                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 31 378               | 59 227 | 90 605     |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |
|                        | totaal                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 32 664               | 62 635 | 95 299     |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |
| 3                      | <p>De variabelen zijn: 'zorginfectie opgelopen' en 'geopereerd'</p> <p>Beide variabelen zijn kwalitatief</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1<br>1<br>1          |        |            |  |  |     |      |        |                        |     |      |      |      |      |        |        |        |        |        |        |        |                              |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                     |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 4 | <p>Referentiewaarden (2018 I)</p> <p>Ongeveer 95% van de waarnemingen bij een normale verdeling ligt tussen <math>\mu - 2\sigma</math> en <math>\mu + 2\sigma</math></p> <p>Bij 95% van de gezonde vrouwen ligt het aantal rode bloedcellen tussen 4,0 en 5,3 (biljoen per liter)</p> <p>Hieruit volgt: 4 keer de standaardafwijking is <math>(5,3 - 4,0 = ) 1,3</math> (biljoen per liter), dus het antwoord <math>\left(\frac{1,3}{4} =\right) 0,3</math> (biljoen per liter)</p> | 1<br><br>1<br><br>1 |
| 5 | <p>Hier moet de effectgrootte worden bepaald.</p> <p>Het gemiddelde bij gezonde mannen is 9,8 en het gemiddelde bij gezonde vrouwen is 8,8</p> $E = \frac{9,8 - 8,8}{0,5(0,6 + 0,6)} = 1,6$ <p>De conclusie: (dit is groter dan 0,8 dus) het verschil is groot.</p>                                                                                                                                                                                                                 | 1<br>1<br>1<br>1    |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6 | <p>Parachutespringen (2022 II)</p> <p>Aflezen bijvoorbeeld:<br/>als <math>W = 20</math> , dan <math>v = 6,6</math>; als <math>W = 40</math> dan <math>v = 47</math></p> <p>De verhoudingen 4,7:6,6 en 20:40 zijn niet gelijk (of <math>20 \cdot 6,6 = 132</math> is niet gelijk aan <math>40 \cdot 4,7 = 188</math>)</p> | 1<br><br>1 |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|

|   |                                                                                      |   |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 7 | Dus $v$ is niet omgekeerd evenredig met $W$                                          | 1 |
|   | $v = 3,13 \sqrt{\frac{79}{45}} = 4,14 \dots \left(\frac{m}{s}\right)$                | 1 |
| 8 | Het laatste gedeelte van Tina's sprong duurt $\frac{1300}{4,14} (= 313,46 \dots)(s)$ | 1 |
|   | Haar totale sprong duurt $(313, 46\dots + 34) = 347 (s)$                             | 1 |
|   | $v = 3,13 \sqrt{\frac{m}{40}}$                                                       | 1 |
|   | $v = 3,13 \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{40}}$ of $(v = 3,13 \frac{\sqrt{m}}{6,3\dots})$      | 1 |
|   | $v = 0,49 \cdot \sqrt{m}$                                                            | 1 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                           |   |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 9  | Stadsuitbreiding<br>$D \geq 3V$ en $D \geq 75$                                                                                                                                                                                            | 2 |
| 10 | $600D + 750V = 12000$<br>$\begin{array}{c c c} D & 0 & 200 \\ \hline V & 160 & 0 \end{array}$ $D = 3V$<br>$\begin{array}{c c c} D & 0 & 120 \\ \hline V & 0 & 140 \end{array}$ Het correct tekenen van het gebied als in het assenstelsel | 1 |
| 11 |                                                                                                                                                         | 1 |
|    | $D = 3V$ ofwel $V = \frac{1}{3}D$ invullen bij $600D + 750V = 120\,000$ geeft                                                                                                                                                             | 1 |
|    | $600D + 250D = 120\,000$ en dit geeft $D \approx 141,2$                                                                                                                                                                                   | 1 |
|    | $D = 144$ , dus rechts van het snijpunt                                                                                                                                                                                                   | 1 |
|    | $D = 144$ invullen in $600D + 750V = 120\,000$ geeft                                                                                                                                                                                      | 1 |
|    | $600 \cdot 144 + 750V = 120\,000$ ofwel $750V = 33\,600$                                                                                                                                                                                  | 1 |
|    | $V = 44,8$ , dus maximaal 44 villa's                                                                                                                                                                                                      | 1 |

|    |                                   |   |
|----|-----------------------------------|---|
| 12 | Hankbal (2014, pilot)             | 4 |
|    | $P = \frac{100S^2}{S^2 + (2S)^2}$ | 1 |
|    | $P = \frac{100S^2}{5S^2}$         | 1 |
|    | $P = 20$                          | 1 |

|    |                                                                                                                            |   |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 13 | Als $V$ groter wordt, dan wordt $V^2 + 1$ groter                                                                           | 1 |
|    | Dan wordt $\frac{100}{V^2+1}$ kleiner.                                                                                     | 1 |
|    | Van 100 wordt een kleiner getal afgetrokken (dus $P$ wordt groter).                                                        | 1 |
| 14 | Slaaponderzoek bij de San (2019 II)                                                                                        |   |
|    | Een voorbeeld van een juiste uitleg:                                                                                       | 2 |
|    | Bij I: de boxen overlappen elkaar niet, dus je kunt inderdaad op grond van figuur 2 concluderen dat het verschil groot is. |   |
|    | Bij II: gemiddeldes kun je niet aflezen in een boxplot, dus je kunt deze conclusie niet trekken op grond van figuur 2.     | 2 |